

**理系奨学生
理系能力判定試験サンプル問題**

※ 出題範囲は日本留学試験 数学コース 2 と同じです。問題数は変わることがあります。

1 次の計算をなさい。

(1) $\frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} = \boxed{A} \boxed{B}$

(2) $5 - \sqrt{7}$ の整数部分は \boxed{C} であり、小数部分は $\boxed{D} - \sqrt{\boxed{E}}$ である。

2 $AB=6, AC=a, \angle BAC=60^\circ$ の $\triangle ABC$ がある。

(1) $\triangle ABC$ の面積が $12\sqrt{3}$ となるとき、 $a = \boxed{F}$ である。

(2) $BC=3\sqrt{7}$ となるとき、 $a = \boxed{G}$ である。

3 (1) 円 $: x^2 + 4x + y^2 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$ の中心の座標は $(-\boxed{H}, \boxed{I})$ で、半径は \boxed{J} である。

(2) 円 $\textcircled{1}$ と直線 $x + 2y = k \dots\dots \textcircled{2}$ が接するとき、正の数 k の値は $-\boxed{K} + \boxed{L}\sqrt{\boxed{M}}$ である。

4 1 から 200 までの 200 個の整数のうち、与えられた条件を満たすものの個数を求めなさい。

(1) 3 で割り切れる数は $\boxed{N} \boxed{O}$ 個、3 で割ると 2 余る数は $\boxed{P} \boxed{Q}$ 個ある。

(2) 3 または 4 で割り切れる数は $\boxed{R} \boxed{S} \boxed{T}$ 個ある。

5 関数 $f(x) = 2x^3 - x^2 - a$ (a は実数の定数) がある。

(1) $f(x)$ は $x = \frac{\boxed{U}}{\boxed{V}}$ のとき、極小となる。

(2) $-\frac{\boxed{W}}{\boxed{X} \boxed{Y}} < a < \boxed{Z}$ のとき、関数 $f(x)$ のグラフは x 軸と異なる 3 点で交わる。

**理系奨学生
理系能力判定試験サンプル問題**

【解答】

1 (1) $\frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} = 5\sqrt{2} + 7 - (5\sqrt{2} - 7) = 14$

(2) $2 < \sqrt{7} < 3$ であるから $5 - \sqrt{7}$ の整数部分は 2 であり、小数部分は $(5 - \sqrt{7}) - 2 = 3 - \sqrt{7}$ となる。

2 (1) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot a \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}a}{2}$

よって、 $\frac{3\sqrt{3}a}{2} = 12\sqrt{3}$ となり $a = \underline{8}$

(2) 余弦定理より

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC$$

$$63 = 36 + a^2 - 6a$$

$$a^2 - 6a - 27 = 0$$

となり、 $(a-9)(a+3) = 0$ より $a = \underline{9}$

3 (1) ① は $(x+2)^2 + y^2 = 4$ と変形できるから

円①の中心は $(-2, 0)$ で、半径は 2 である。

(2) 円①の中心から直線 $x+2y=k$ までの距離が、円①の半径に等しいときであるから

$$\frac{|-2-k|}{\sqrt{5}} = 2$$

$$|k+2| = 2\sqrt{5}$$

$$k+2 = \pm 2\sqrt{5}$$

となり、 $k = \underline{-2+2\sqrt{5}}$ となる。

4 (1) 3 で割り切れる数のうち最大の数は 198、最小の数は 3 であるから、

3 で割り切れる数の個数は

$$(198-3) \div 3 + 1 = 66$$

より、66 個である。

3 で割ると 2 余る数のうち最大の数は 200、最小の数は 2 であるから、

3 で割ると 2 余る数の個数は

$$(200-2) \div 3 + 1 = 67$$

より、67 個である。

(2) 3 の倍数は 66 個、4 の倍数は 50 個、12 の倍数は 16 個 であるから

3 または 4 で割り切れる数の個数は

$$66 + 50 - 16 = 100$$

より、100 個である。

**理系奨学生
理系能力判定試験サンプル問題**

5 (1) $f'(x) = 6x^2 - 2x = 2x(3x - 1)$

$f'(x) = 0$ より, $x = 0, \frac{1}{3}$ となり,

$f(x)$ は $x = \frac{1}{3}$ で極小となる。

(2) $2x^3 - x^2 - a = 0$ より $2x^3 - x^2 = a$

3次曲線 $y = 2x^3 - x^2$ と直線 $y = a$ が3つの異なる交点を持つばよいので, 右図より

$-\frac{1}{27} < a < 0$

